

2.1 Törtek

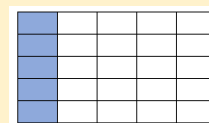
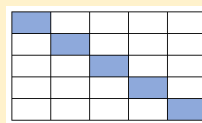
MEGOLDÁS

Műveletek törtekkel

Emlékeztető:

$$\text{pl.: } \frac{5}{25} = \frac{5:5}{25:5} = \frac{1}{5}$$

Racionális szám: két egész szám hányadosa



Bővítéskor a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a nullától különböző egész számmal szorozzuk meg.

Egyszerűsítéskor a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a nullától különböző egész számmal osztjuk. A tört értéke nem változik.

$$\text{pl.: bővítés: } \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} \quad \text{pl.: egyszerűsítés: } \frac{30:6}{42:6} = \frac{5}{7}$$

Törtek összeadását, kivonását, összehasonlítását közös nevezőre hozás után célszerű elvégezni.

$$\text{pl.: } \frac{11}{15} + \frac{1}{6} = \frac{22}{30} + \frac{5}{30} = \frac{22+5}{30} = \frac{27}{30} = \frac{9}{10}$$

Tört szorzása természetes számmal:

$$\text{pl.: számlálót szorozzuk: } 6 \cdot \frac{1}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \quad \text{vagy a nevezőt osztjuk: } 6 \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{18:6} = \frac{1}{3}$$

Tört osztása egész számmal:

$$\text{pl.: a számlálót osztjuk: } \frac{8}{3} : 4 = \frac{8:4}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{vagy a nevezőt szorozzuk: } \frac{8}{3} : 4 = \frac{8}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Tört szorzása törttel:

A számlálót a számlálóval, a nevezőt a nevezővel szorozzuk meg. Ha lehet, akkor egyszerűsítünk. pl.: $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{6}$

Osztás törttel:

$$\text{Az osztandót az osztó reciprokéval szorozzuk. pl.: } \frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

Fontos! A szorzás tényezői felcserélhetők, de osztásnál az osztandó és az osztó nem felcserélhető.

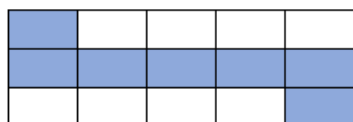
Az eredményt a legegyszerűbb alakban adjuk meg.

1. Mekkora része van kiszínezve a teljes alakzatnak?

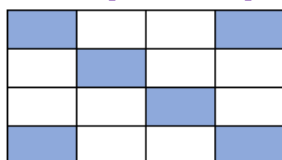
Ahol lehet, ott egyszerűsíts!

(...../5 pont)

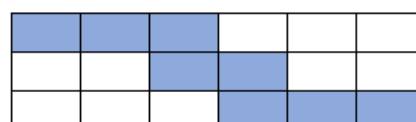
(Az egyszerűsítés miatt: 1+2+2 pont; részpont adható, ha nem egyszerűsít.)



$$\text{Válasz: } \frac{7}{15}$$



$$\text{Válasz: } \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$



$$\text{Válasz: } \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

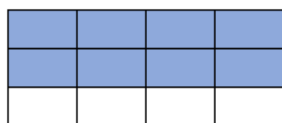
2. Színezd ki az alakzatok megadott részét!

Ha szükséges, akkor bővítsd a törtet!

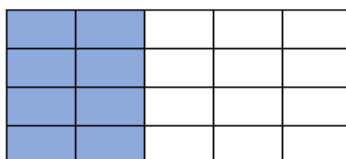
(...../6 pont)

(Minden helyes színezés 2 pontot ér bővítés nélkül is; nem bontható.)

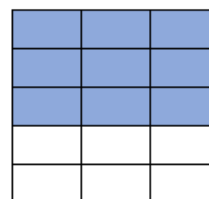
$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$



$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$



$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$



3. Végezd el a műveleteket, majd hasonlítsd össze a törteket! Tegyél megfelelő relációs jeleket (<, =, >) a törtek közé!

(Szükség esetén bővítsd/egyszerűsítsd az eredményeket!) (...../30 pont)

(Minden helyes számolás 1 pont és a helyes relációs jel is 1 pont)

Számold ki!	<; =; >	Számold ki!
pl.: $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{15}{7} = -2\frac{1}{7}$	<	$\left(-\frac{2}{5}\right) : \frac{4}{15} = \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{15}{4} = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}$	<	$\frac{5}{8} \cdot 4 = \frac{5}{2}$
$6 \cdot \frac{1}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$	=	$\frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
$\frac{5}{6} : 5 = \frac{1}{6}$	<	$\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
$7 \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{5}$	>	$\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{4}{3}$
$\frac{6}{17} \cdot (-3) = -\frac{18}{17}$	>	$(-9) \cdot \frac{5}{9} = -5$
$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$	=	$\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{20}$
$\frac{1}{4} \cdot 40 = 10$	<	$\frac{5}{2} : \frac{3}{20} = \frac{5}{2} \cdot \frac{20}{3} = \frac{50}{3}$
$\frac{1}{3} : \frac{7}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$	<	$\frac{8}{3} : \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \cdot 3 = 8$
$\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{3}{49}$	<	$\frac{7}{3} : \frac{4}{5} = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{35}{12}$
$\left(-\frac{8}{9}\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{8}{9}\right) \cdot (-3) = \frac{8}{3}$	>	$\left(-\frac{7}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{12}$

4. Melyik a nagyobb? Tedd ki a megfelelő relációs jelet!

(Minden helyes számolás 1 pont és a helyes relációs jel is 1 pont) (...../9 pont)

	<; =; >	
pl.: $\frac{6}{7}$ fele: $\frac{3}{7}$	<	$\frac{15}{4}$ harmada: $\frac{5}{4}$
$\frac{1}{8}$ duplája: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$	<	$\frac{3}{4}$ fele: $\frac{3}{8}$
$\frac{6}{5}$ harmada: $\frac{2}{5}$	>	$\frac{1}{10}$ duplája: $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
$\frac{12}{7}$ hatoda: $\frac{2}{7} = \frac{4}{14}$	>	$\frac{6}{14}$ fele: $\frac{3}{14}$

5. Anna szülei 5 pizzát rendeltek a születésnapra.

Az 5 pizza $\frac{13}{15}$ -öd része fogyott el.

Mennyi ettek meg összesen?

Mennyi maradt pontosan?

(2-2 pont, nem bontható) (...../4 pont)

Megettek: $5 \cdot \frac{13}{15} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$ pizzát.



Maradt: $\frac{2}{3}$ része egy darab pizzának.

Mennyi pizza jutott egy személynek, ha Annával együtt összesen 6-an ettek a pizzából és mindenki azonos mennyiséget evett? (...../1 pont)

Egy főre jutott: $\frac{13}{3} : 6 = \frac{13}{18}$ pizza.

6. A menzán 120 liter levest főztek. Hány adagot tudnak kimerni ebből, ha minden tálba $\frac{2}{5}$ liter kerül?

(nem bontható) (...../2 pont)

Az adagok száma: $120 : \frac{2}{5} = 120 \cdot \frac{5}{2} = 300$



7. Egy téglalap egyik oldala $\frac{5}{3}$ dm. Mekkora a másik oldal hossza, ha a téglalap területe 2 dm^2 ? Ellenőrizd a megoldásodat! (...../3 pont)

Emlékeztető:

A téglalap területe az oldalak hosszának szorzataként számítható. $T = a \cdot b$

Most az egyik oldalt keressük, akkor a területet osztani kell az ismert oldallal.

A keresett oldal hossza: $2 : \frac{5}{3} = 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \text{ dm}$ (2 pont, nem bontható)

Ellenőrzés: $\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{5} = 2 \text{ dm}^2$ (1 pont)

8. Egy téglatest térfogata 5 cm^3 . Az egyik éle $\frac{7}{3} \text{ cm}$, a másik éle $\frac{5}{2} \text{ cm}$. Mekkora a harmadik él? Ellenőrizd a megoldásodat! (...../3 pont)

Emlékeztető:

A téglatest térfogata az élek hosszának szorzataként számítható. $V = a \cdot b \cdot c$

Most az egyik él hosszát keressük, akkor a térfogatot osztani kell az ismert élekkel.

A keresett él hossza: $5 : \frac{7}{3} : \frac{5}{2} = 5 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{7} \text{ cm}$ (2 pont, nem bontható)

Ellenőrzés: $\frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} = 5 \text{ cm}^3$ (1 pont)

Műveletek sorrendje

Emlékeztető:

Összetett műveleteknél a számolást balról jobbra haladva végezzük el, de a szorzás és osztás magasabb rangú művelet mint az összeadás és a kivonás (előbb a szorzást, osztást kell elvégezni).

$$\text{pl.: } \frac{15}{4} \cdot \frac{2}{5} - \frac{9}{2} : \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{9}{2} \cdot 2 = \frac{3}{2} - 9 = \frac{3}{2} - \frac{18}{2} = -\frac{15}{2}$$

Ha zárójel is van a műveletben, akkor a zárójelen belüli műveleteket végezzük el először.

$$\text{pl.: } 4 \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{7}\right) : \frac{2}{5} = 4 \cdot \left(\frac{14}{35} + \frac{20}{35}\right) : \frac{2}{5} = 4 \cdot \frac{34}{35} \cdot \frac{5}{2} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{34}{5 \cdot 7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{68}{7}$$

Összeget vagy különbséget úgy is szorozhatunk (oszthatunk), hogy az összeg vagy különbség minden tagját megszorozzuk (elosztjuk), és az eredményeket megfelelően összeadjuk vagy kivonjuk.

$$\text{pl. } \left(\frac{4}{7} + \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{7}{2} = \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{vagy} \quad \left(\frac{4}{7} + \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{7}{2} = \frac{4 \cdot 7}{7 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 7}{7 \cdot 2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{pl. } \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{7}\right) : 2 = \frac{3}{7} : 2 = \frac{3}{14} \quad \text{vagy} \quad \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{7}\right) : 2 = \frac{4}{7 \cdot 2} - \frac{1}{7 \cdot 2} = \frac{3}{14}$$

9. Végezd el a műveleteket! Figyelj a műveletek sorrendjére! A végeredményt a legegyszerűbb alakban add meg! (Egyszerűsíts!)

(...../16 pont)

(Minden feladat helyes megoldása 2 pont; hiba esetén 0 pont.)

$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$	$\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{36}{5} \cdot \left(-\frac{2}{6}\right) = \frac{2}{5}$
$\left(\frac{8}{9} - \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{3} = \left(\frac{8}{9} - \frac{3}{9}\right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{3}$	$\left(\frac{8}{3} + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{3} = \frac{9}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{7}$
$\frac{1}{4} : \frac{3}{2} \cdot \frac{12}{5} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{5} = \frac{2}{5}$	$\frac{5}{17} \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{7}\right) = \frac{5}{17} \cdot \left(\frac{14}{35} + \frac{20}{35}\right) = \frac{5}{17} \cdot \frac{34}{35} = \frac{2}{7}$
$\left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) : (-3) = \frac{7}{3} : (-3) = -\frac{7}{9}$	$\frac{13}{2} - \frac{9}{2} : \frac{3}{2} = \frac{13}{2} - \frac{9}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{13}{2} - 3 = \frac{13}{2} - \frac{6}{2} = \frac{7}{2}$

Összesen:

(...../79 pont)